断熱ショートカットとダイナミクスの構造

鳩村 拓矢
日本電信電話株式会社
物性科学基礎研究所
takuya.hatomura.ub@hco.ntt.co.jp

高橋 和孝
東京工業大学
科学技術創成研究院
ktaka@qa.iir.titech.ac.jp

物理系を「理想的」に操作したいと思うことは，さまざまな場面である．操作というと工学的・技術的な問題を想像するが，そもそも系を操作してその反応を調べること，つまり測定，は科学の基本手段の一つである．熱力学のように種々の操作を用いて基本原理を明らかにするという体系もある．近年は，技術の向上などにより，制御という視点の研究も多く行われている．操作に対してどのような反応をするかではなく，望んだ反応を得るためにはどのように操作したらよいかという問題である．

操作・制御の問題はダイナミクスの問題と捉えられる．外部パラメータを変化させることによって系の状態が時間変化する．状態の変化を調べるには動的な系（非自励系）の運動方程式を解く必要があるが，その遂行は決して容易ではない．静的な系ではエネルギー保存や定常状態などを足がかりとできるが，動的な系についてわれわれが共有しているイメージは多くない．

経験的に理解できるが，系を思い通りに制御する手段の一つは，ゆっくりと操作を行うことである．そのような準静的操作によって得られるのが断熱状態である．量子力学における断熱操作は断熱定理を用いて基礎づけられ，断熱状態の表現に含まれる幾何学的位相が非自明な効果を生み出す．

ここで考えたいことは，ゆっくりと動かさずに短い時間で望みの状態遷移を得るにはどうしたらよいかという問題である．それには本来想定しているハミルトニアン（時間発展生成子）とは異なるハミルトニアンを用いて時間発展を行うとよい． これは，非断熱遷移を防ぐプロトコルを用いることを意味している．このような考え方はさまざまなアイデアをもたらし，それらは総称して断熱ショートカット（shortcuts to adiabaticity）とよばれている．基本的なアイデアは断熱理論や動的な系の解析手法を転用したものにすぎないが，制御の方法として用いるという視点はそれまでになかった発展をもたらした．実験的検証も多く行われている．

実装方法は大別すると二つのものがある。制御項を付加する方法は概念的にわかりやすいが，制御項の公式は実用的ではないし，得られる制御項が複雑になることが多い．対称性を活用する・近似的な制御項を用いるなどする．二つめの方法では動的不変量とよばれる量を用いる．パラメータの調節のみで制御を行うため実装しやすいが，動的不変量を得ることは一般に容易ではない．いずれの方法でも，問題に応じてさまざまな実装方法が議論されている．

断熱ショートカットの適用範囲は広く，量子系だけでなく古典系や確率過程の系など，さまざまな問題にも応用できる．そのことをよく考えてみると，目的が制御に限られないことがわかる．任意の系において時間発展を特徴づける「ハミルトニアン」は二つに分割される．一つは瞬間定常状態を特徴づけ，もう一方はその状態を変化させる生成子の役割を果たす．分割によって得られる生成子は幾何学的な意味をもち，量子速度限界の概念に自然とつながる．

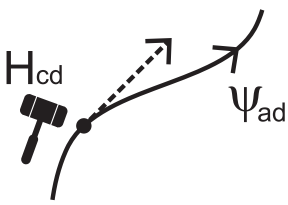
断熱ショートカットは，この 10 年の間に原理的な理解が進み，さまざまな応用が行われてきた．系統的かつ汎用的であり基礎が応用に直結するこの方法が，今後も思わぬ方向に発展することを期待したい．

—Keywords—

断熱状態：
孤立量子系を外部から無限小の速度で操作することによって得られる状態．断熱定理に基づいて定式化される．状態はハミルトニアンの瞬間固有状態を辿る．断熱という語は熱力学では外界と熱のやり取りを遮断した過程を指すが，ここでは「準静的」という意味で用いる．

幾何学的位相：
量子状態の時間変化に伴って得られる位相項の一部．パラメータ空間の軌道に沿っての積分で表され，パラメータを動かす速度によらない．断熱周期操作においてBerry 位相をもたらし，幾何学的効果やトポロジカルな現象の起源となる．

断熱ショートカット：
断熱状態を制御する手法の総称．実装にはいくつかの方法がある．制御項（$H_{\rm cd}$）を導入するなどする．状態の時間発展は参照ハミルトニアンの断熱状態（$\Psi_{\rm ad}$）で表される．下記概念図参照．



動的不変量：
系のダイナミクスを特徴づける時間依存演算子．Lewis–Riesenfeld 不変量ともよばれる．動的不変量の固有値は時間によらない．また，Schrödinger 方程式の解は動的不変量の「断熱状態」で与えられる．

1. はじめに

水の入ったグラスをトレイにのせて運ぶとき，こぼさないようにゆっくりと歩く．慣れると制御の仕方を覚えてくる．ゆっくりと運ぶときの体勢のままで素早く動くとこぼれてしまうが，トレイを動きに応じて傾けながら運ぶとうまくいく．走り出すとき自然と前傾姿勢になるのも同じ理屈である．

これが本稿の主題についての適切なたとえかどうかは議論の余地があるが，量子状態の時間発展でも類似の問題を考えることができる．それが断熱ショートカット（shortcuts to adiabaticity）の理論である．

断熱遷移の理論は量子力学の整備がなされた直後から近年の発展まで独特の役割を果たしている．断熱定理が 1928 年に Born と Fock によって定式化され[1]，加藤によってより一般的に証明されている（1950 年）．[2] ハミルトニアンがゆっくりと変化し，エネルギーギャップが小さくなければ，状態は系の瞬間固有状態を辿るというものである．ハミルトニアンの固有値を時間の関数としてプロットすることによってどのような時間発展をするかがわかる（図 1）．準位統計の問題では準位の構造をパラメータの関数として調べるが，それを実時間発展による構造変化と捉えるわけである．

瞬間固有状態を辿るという性質は式を追えば簡単に得られる結論であり意外性はあまりないが，断熱状態を正確に定義すると特徴的な位相項が生じることがわかる．これは幾何学的位相とよばれるものであり，周期駆動系では Berry 位相をもたらす．[3] 一般化された量は Aharonov–Anandan 位相とよばれる．[4] 幾何学的位相は幾何学的効果やトポロジカルな現象の起源となり，さまざまな応用がなされている．

断熱遷移を利用した代表的な応用例は，誘導 Raman 断熱遷移（stimulated Raman adiabatic passage，略して STIRAP）である．[5] 二種類の光パルスを用いることで励起状態を経ることなく 2 つの固有状態間の効率的・安定的な遷移を実現させる．

そして近年では，断熱理論は断熱量子計算，量子アニーリングの基礎として注目されている．[6, 7, 8, 9, 10] ハミルトニアンの基底状態を辿ることによって解きたい最適化問題の答えを得る．その性能は断熱定理を用いて評価される．

断熱遷移はあくまでも理想的な極限であり，実際の時間発展では非断熱遷移が避けられない．特に，エネルギーギャップが小さくなるときに非断熱遷移の確率が大きくなる．ハミルトニアンが時間に線形に依存する系では遷移確率が解析的に得られており，Landau–Zener 公式とよばれている．[11, 12]

非断熱遷移を抑えるという試みは，現実的に重要な問題であり，断熱ショートカットの理論の確立以前にも議論がなかったわけではない．ただ，それは個々の問題に応じた議論であり，体系的なものではなかった．初期の系統的な研究は，Demirplak–Rice（2003）や Berry（2009）が挙げられる．[13, 14] 断熱状態を保つように制御項を導入する方法である．“shortcuts to adiabaticity” という語が初めて用いられたのは，Muga を中心としたグループ（スペイン・中国・ドイツ・フランス）の研究 Chen et al.（2010）においてである．[15] かれらは，Lewis–Riesenfeld（1969）の方法[16] に注目し，調和振動子ポテンシャルに閉じ込められた原子の制御理論を提案した．プロトコルを調節することで，有限速度の操作を行っているにも関わらず断熱時間発展でのものと同じ終状態を得る．まさにショートカットである．その時点では前述した研究との関係はよくわかっていなかったようであるが，程なくして統一的な理解が得られた．これまで実験も含めて多くの研究が行われてきたが，それには Muga らによって精力的に進められた一連の研究の功績が大きい．

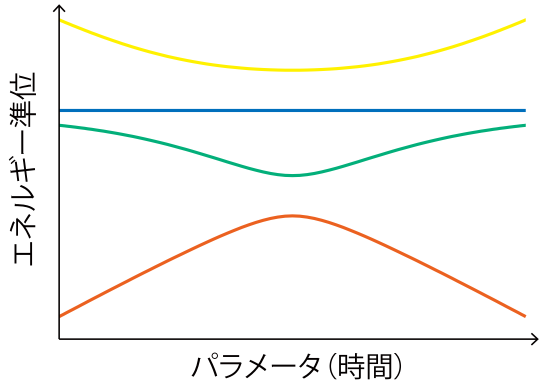


図 1　エネルギー準位の例．パラメータを動かすと準位が互いに反発したりしながら変化する．断熱定理によると，断熱状態は時間発展に応じて一つの準位を辿るが，準位が接近したり速く動かすことで異なる準位への非断熱遷移が生じる．

最初の実験的検証は，調和振動子型のポテンシャルに閉じ込められた冷却原子気体において行われた．[17, 18] ポテンシャルを広げて系を膨張させるために断熱ショートカットの方法が用いられた．二つの準位をもつ系についての初期の実験は，光格子やダイアモンド NV 中心の系などがある．[19, 20] 理論・実験を含むさまざまな研究成果はほぼ網羅的に総合報告にまとめられている．[21, 22]

断熱ショートカットはいくつかの方法の総称として用いられており，問題に応じて適当な方法を選ぶことができる．Demirplak–Rice（2003）[13]，Berry（2009）[14] に基づくものは counterdiabatic driving とよばれている．[1]　この方法によって得られる制御項の公式は第 3 節で議論するが，制御項の具体的な演算子形を得ることが難しかったり，得られた制御項が複雑で実装が困難であることが多い．また，公式から制御項の具体形を得るには，対応する量子状態を必要とする．これは，知らない量子状態を断熱時間発展で得るという量子アニーリングのような手法にとっては大きな問題となる．現実的な応用に向けた方法について，第 4 節で議

[1]Demirplak–Rice は assisted adiabatic passage，Berry は transitionless quantum driving とそれぞれ名づけている．他にもいくつかの名があって困惑するが，どれも本質的には同じである．

論する．

一方, Chen et al.（2010）[15] では動的不変量, あるいは Lewis–Riesenfeld 不変量とよばれる量を用いた議論を行っている.[16] この手法は, 制御項を導入するものとは全く異なるように見える．ハミルトニアンに制御項を導入することは行わない．量子状態が終時刻で望みのものとなるように, ハミルトニアンに現れる時間依存パラメータを定める手法である．この場合, プロトコルの調節だけで系の制御ができるので実装上の問題はあまり生じない．動的不変量の演算子形を求めることが主な問題となる．第 5 節で議論する．

二つの方法がどのような関係にあるかを考察すると, 時間発展のからくりが見えてくる．ダイナミクスの構造についてこれまでより踏み込んだ理解ができるようになる．このことが第 6 節の主題となる．

2．断熱時間発展

ハミルトニアン $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ で記述される量子系を考える. $\boldsymbol{\lambda}(t)$ は時間に依存するパラメータで, 例えば電磁場のように外部から操作できるものを想定している．断熱時間発展および非断熱遷移について考えるために, Schrödinger 方程式に従う状態 $|\Psi(t)\rangle$ をハミルトニアン $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ の瞬間固有状態 $\{|n(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle\}$ で展開し, $|\Psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)|n(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle$ とする．このとき, 時間に依存する係数 $c_n(t)$ が固有状態間の遷移, 非断熱遷移を記述する．この係数の変化は, パラメータ $\boldsymbol{\lambda}(t)$ が素早く変化することによって「慣性力」のようなものが働くために起こる．

ハミルトニアン $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ のパラメータ $\boldsymbol{\lambda}(t)$ が時間に対して十分にゆっくりと変化するときには非断熱遷移はほとんど起こらない．このとき, 状態 $|\Psi(t)\rangle$ は断熱状態

$$|\Psi_{\rm ad}(t)\rangle = \sum_n c_n(0) e^{-\frac{i}{\hbar}\int_0^t dt' E_n(\boldsymbol{\lambda}(t'))} \times e^{-\int_C d\boldsymbol{\lambda}\cdot\langle n(\boldsymbol{\lambda})|\partial_{\boldsymbol{\lambda}} n(\boldsymbol{\lambda})\rangle}|n(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle \quad (1)$$

で近似される．一つ目の動的位相因子は時間非依存系でも対応する項があるが, 二つ目は時間依存系に特有の幾何学的位相因子である．パラメータの経路 C が閉じているときには Berry 位相を与える．

実際にこのような時間発展を実現するにはどの程度ゆっくりとパラメータ $\boldsymbol{\lambda}(t)$ を変化させればよいのだろうか？断熱定理[1, 2] によると, おおよそ断熱条件

$$\hbar\left|\frac{\langle m(\boldsymbol{\lambda}(t))|\dot{n}(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle}{E_n(\boldsymbol{\lambda}(t)) - E_m(\boldsymbol{\lambda}(t))}\right| \ll 1 \quad (2)$$

を満たせば近似的に断熱時間発展が実現する．ドット記号は時間による微分を表し, $|\dot{n}(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle = \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t)\cdot|\partial_{\boldsymbol{\lambda}} n(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle$ である．等式 $\langle m(\boldsymbol{\lambda})|\partial_{\boldsymbol{\lambda}} n(\boldsymbol{\lambda})\rangle = \langle m(\boldsymbol{\lambda})|(\partial_{\boldsymbol{\lambda}} H(\boldsymbol{\lambda}))|n(\boldsymbol{\lambda})\rangle/(E_n(\boldsymbol{\lambda}) - E_m(\boldsymbol{\lambda}))$ を用いた表現もよく用いられる．前述したように, ハミルトニアンの変化率がエネルギーギャップと比較して小さければよい．

(2) 式の断熱条件はよく用いられる表現であるが, 数学的に厳密に正当化できるようなものではない．条件を満たしていても非断熱遷移が無視できないことがある．性能保証のためには厳密な断熱条件を求める必要があり, 近年でもさまざまな表現が得られている.[10]

3．制御項の導入

系に対して有限速度の操作を加えると非断熱遷移が起こる．つまり断熱時間発展に基づく状態操作を実現させるためには, ゆっくりと操作をおこなわなければならない．ところが, 系に働く「慣性力」を打ち消すような力を加えることができれば, たとえ素早く操作をしたとしても, 系は元のハミルトニアンの断熱状態を実現するだろう．

実際に, ハミルトニアン $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ に対して, 制御項 (counterdiabatic term)

$$H_{\rm cd}(t) = i\hbar \sum_{\substack{m,n \\ (m\neq n)}} |m(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle\langle m(\boldsymbol{\lambda}(t))|\dot{n}(\boldsymbol{\lambda}(t))\rangle\langle n(\boldsymbol{\lambda}(t))| \quad (3)$$

を加えることによって, 非断熱遷移を打ち消すことができる.[13, 14] つまり, (1) 式の断熱状態 $|\Psi_{\rm ad}(t)\rangle$ は全ハミルトニアン $H(\boldsymbol{\lambda}(t)) + H_{\rm cd}(t)$ の下で Schrödinger 方程式の解となる．この制御項 (3) は状態の初期分布 $\{|c_n(0)|^2\}$ に依存しない．(3) 式の表現を (2) 式と比べればわかるように, 非断熱効果が大きい時間では強い制御項が必要となる．

いくつかの具体例を通して制御項の性質や物理的な意味について議論する．まずは 2 準位系

$$H(\boldsymbol{\lambda}(t)) = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{B}(t)\cdot\boldsymbol{\sigma} \quad (4)$$

を考える.[2] ここで時間依存するパラメータ $\boldsymbol{\lambda}(t) = \boldsymbol{B}(t)$ は磁場に相当するもので, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$ は Pauli 行列である．制御項は固有状態を計算することで簡単に構成することができ,

$$H_{\rm cd}(t) = \frac{\hbar}{2}\frac{\boldsymbol{B}(t)\times\dot{\boldsymbol{B}}(t)}{|\boldsymbol{B}(t)|^2}\cdot\boldsymbol{\sigma} \quad (5)$$

で与えられる.[13, 14] この制御項 (5) は, 磁場 $\boldsymbol{B}(t)$ とその時間微分 $\dot{\boldsymbol{B}}(t)$ のそれぞれの方向に対して垂直に新たな磁場を加えることを意味している．このように, 制御項が元のハミルトニアンと直交する（$\mathrm{Tr}\, H(\boldsymbol{\lambda}(t))H_{\rm cd}(t) = 0$）という性質は一般に成り立つ．状態は非断熱遷移によって異なるものに変化しようとするため, 制御項によって「おさえつけている」わけである．

この 2 準位系の結果は他の系にも応用することができる．例えば, 1 次元の横磁場 Ising 模型や XY 模型, Kitaev 模型などは自由フェルミオン系に変換することができるが, そのハミルトニアンは各波数毎に独立な 2 準位系とみなせるので, 波数空間では 2 準位系の制御項を用いることができ

[2] ここではスピン 1/2 の場合を考えるが, (4) 式と (5) 式の $\hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ を一般のスピン $\boldsymbol{S}$ で置き換えてもそのまま成り立つ.[14]

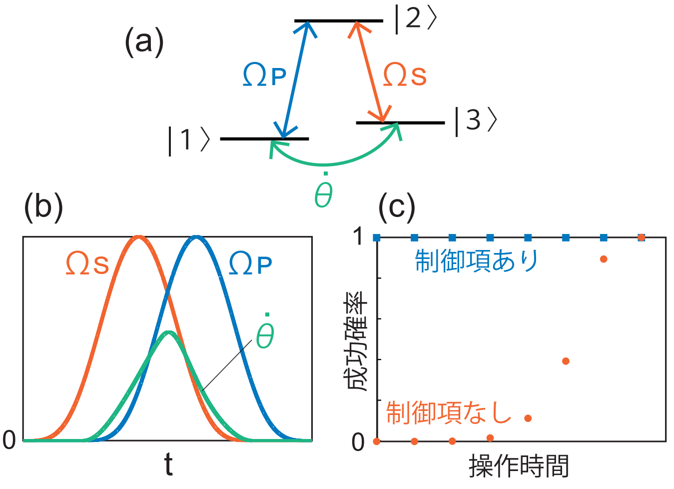


図 2　STIRAP における断熱ショートカット．(a) STIRAP のエネルギー構造．Stokes パルス $\Omega_S(t)$ とポンプ・パルス $\Omega_P(t)$ を用いて状態を $|1\rangle$ から $|3\rangle$ へと遷移させる．制御項 $\dot{\theta}(t)$ は $|1\rangle$ と $|3\rangle$ を結びつける．(b) Stokes パルス，ポンプ・パルス，制御項の波形．STIRAP では Stokes パルスを先に加え，後からポンプ・パルスを加える．制御項は 2 つのパルスの切り替わりのタイミングで入れる．(c) 終時刻での時間発展状態と断熱状態のオーバーラップによってあらわされる成功確率．制御項を加えることによって非断熱遷移が抑えられていることがわかる．

る.[23, 24] 他にも，古典スピン系は有効磁場の下での 2 準位系の積状態として記述が可能であるため，同様に制御項が構成できる.[25]

次に，3 準位系のハミルトニアン

$$H(\boldsymbol{\lambda}(t)) = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & \Omega_P(t) & 0 \\ \Omega_P(t) & 2\Delta & \Omega_S(t) \\ 0 & \Omega_S(t) & 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

を考える．これは STIRAP に用いられるハミルトニアンであり，図 2(a) のようなエネルギー構造をもつ．図 2(b) のように Stokes パルス $\Omega_S(t)$ とポンプ・パルス $\Omega_P(t)$ を加えることで，状態を $|1\rangle = {}^t(1,0,0)$ から $|3\rangle = {}^t(0,0,1)$ へと断熱的に変化させる.[5] STIRAP が非自明なのは，Stokes パルスが $|2\rangle = {}^t(0,1,0)$ と $|3\rangle$ を，ポンプ・パルスが $|1\rangle$ と $|2\rangle$ を結びつける項であるにも関わらず，時間発展において状態は $|2\rangle$ を経由しないという点である．このハミルトニアンも容易に固有状態を求めることができ，その制御項は

$$H_{\mathrm{cd}}(t) = i\hbar\begin{pmatrix} 0 & \dot{\phi}\sin\theta & \dot{\theta} \\ -\dot{\phi}\sin\theta & 0 & -\dot{\phi}\cos\theta \\ -\dot{\theta} & \dot{\phi}\cos\theta & 0 \end{pmatrix} \tag{7}$$

で与えられる.[26] ここで $\theta = \theta(t) = \arctan(\Omega_P(t)/\Omega_S(t))$ と $\phi = \phi(t) = [\arctan(\sqrt{[\Omega_P(t)]^2 + [\Omega_S(t)]^2}/\Delta)]/2$ である．二つのパルスと同じ行列成分の項は STIRAP のプロセスにかかわらない二つの固有状態間の非断熱遷移を抑える項なので無視してもよい．つまり，$|1\rangle$ と $|3\rangle$ を結びつける項を導入すればよい．実際に制御項 $\dot{\theta}(t)$ だけを加えることによって図 2(c) のように時間発展状態が元のハミルトニアンの断熱状態と一致する．この項は磁気双極子遷移を利用すれば導入可能であろう．このように，制御したい断熱状態が特定のものである場合には制御項を簡略化することもできる．

ここまではスピンのような離散系を想定した例を考えてきたが，今度は連続系の簡単な例として次のハミルトニアン

$$H(\boldsymbol{\lambda}(t)) = \frac{p^2}{2m} + U(q, \boldsymbol{\lambda}(t)) \tag{8}$$

を考えよう．第 1 項が運動エネルギー，第 2 項が時間に依存するポテンシャルである．ここでは，ポテンシャルが $U(q, \boldsymbol{\lambda}(t)) = U_0([q - f(t)]/r(t))/[r(t)]^2$ と書ける場合を扱う．$U_0(q)$ と $f(t)$, $r(t)$ はそれぞれ任意の関数である．$f(t)$ は平行移動，$r(t)$ は相似変換を特徴づけるパラメータとなる．例えば調和振動子はこのハミルトニアンに含まれている．このスケーリング則は固有関数に対しても類似のスケーリング則を課し，その性質から制御項は

$$H_{\mathrm{cd}}(t) = \dot{f}(t)p + \frac{\dot{r}(t)}{2r(t)}\{[q - f(t)]p + p[q - f(t)]\} \tag{9}$$

で与えられることがわかる.[27, 28] 第 1 項は並進運動の生成子，第 2 項は膨張・収縮の生成子に他ならない．

ここで考えたような「スケール不変」な系の例は，ハミルトニアンの時間変化が対称性に関連した変換になっている場合，制御項は対応する生成子で与えられることを示している．また，その例では運動量について 1 次の項が制御項として得られていることもわかる．問題を逆に捉え，制御項が運動量について高次項を含むとすると，(8) 式のポテンシャル U が KdV 方程式（あるいはその高次版）を満たすという結論が導かれる．KdV 方程式はソリトン解をもつから，ソリトンポテンシャル中の量子力学的粒子の制御法を得ることができる.[29]

非線形可積分系の分野では，系の可積分性を表す表現として Lax 形式とよばれるものが知られている.[30] Lax ペアとよばれる 2 種類の演算子が満たす方程式はハミルトニアンと制御項が満たす方程式に対応している.[3] Lax ペアは無数のものが得られており，KdV 階層をなす．よって制御項の例を直ちに網羅的に得ることができる．他にもたとえば戸田方程式を用いて量子スピン系の制御項を得ることもできる．非線形可積分系では逆散乱法とよばれる量子力学的な描像に基づいた方法が用いられているが，そこで用いられる描像がそのまま量子系の制御の問題として捉えられる．

制御項を用いる方法は断熱状態を Schrödinger 方程式の解にすることが原理となっているが，制御という観点から言えば，ほしい状態に応じて制御項を定めればよいので断熱状態である必然性はない．たとえば，早送りの方法では「早送り」した状態をターゲット状態として制御ポテンシャルを求めている.[31] 断熱状態をターゲット状態として用いる意義は，制御項に幾何学的な意味をもたせることにある．第 6 節で議論する．

[3] 後の節で議論するが，それは動的不変量が満たす方程式に他ならない．

4. 非断熱遷移の抑制

4.1. 近似制御項の構成

ここまでさまざまな系における制御項を紹介してきた．しかし, 固有状態を求めることは一般に難しい問題である．ハミルトニアンの時間変化が対称性に関係しているとも限らない．また, 仮に制御項が求まったとしても多体かつ非局所的な演算子となり実現するのが難しい．量子相転移点で制御項が発散するという問題もある.[23, 24]

実装可能な制御項を構成する方法が多数提案されてきた．それらを大別すると次のようになる．[4]

- ユニタリー変換を用いてハミルトニアンの異なる表現を得る．例えば (9) 式の制御項はゲージ変換により座標演算子のみで表せる．変換によって制御項はパラメータ $\boldsymbol{\lambda}(t)$ の 2 階微分を含むようになる．
- 状態に依存した制御項を用いる．任意の初期状態に対して断熱時間発展を実現するには (3) 式が必要だが, 制御する状態を例えば基底状態に限ると等価な作用をする他の演算子で代替できる．前節で STIRAP を扱った際に言及した．
- 近似的な制御項を構成する．制御項を何らかのパラメータで展開して低次の項のみを用いる方法や, 元のハミルトニアンを近似的に簡略化してそれに対する制御項を構成する方法などがある．

三つ目の例で汎用的なものは, 変分原理に基づく方法である.[33] 制御項 $H_{\mathrm{cd}}(t)$ は

$$\left[H(\boldsymbol{\lambda}(t)), \dot{H}(\boldsymbol{\lambda}(t)) - \frac{1}{i\hbar}\left[H_{\mathrm{cd}}(t), H(\boldsymbol{\lambda}(t))\right]\right] = 0 \tag{10}$$

という交換関係式を満たすが, 制御項を近似制御項で代替する場合, 左辺の量は当然 0 にはならない．その量の大きさがなるべく小さくなるように近似項のパラメータを定める．変分的に問題を解くのでどのような近似項でも限定的な範囲で制御項を定めることができる．

どのような制御項を用いたらよいかは, 時間発展演算子を展開することでわかる．$H(\boldsymbol{\lambda})$ と $\partial_{\boldsymbol{\lambda}} H(\boldsymbol{\lambda})$ の多重交換関係から得られる演算子があらわれるので, それらの演算子の線形結合を制御項として用いればよい.[34]

制御項の条件式 (10) は変分法のために導入された関係式であるが, これを用いると制御項の演算子形を直接求めることが原理的には可能となる．(3) 式のスペクトル表示は形式的な議論には向いているが, 固有状態を求める必要があるし, そこから演算子形を得ることは決して自明ではない．代数的に (10) 式を解くことが制御項を求める方法となりうる.[35] 制御項を適当な基底演算子で展開すると, 係数関数が満たす線形方程式を得る．その方程式を解けばよい．基底演算子による展開を途中で打ち切ると, 変分法と等価な結果を得ることもできる．ただし, (10) 式から求められる $H_{\mathrm{cd}}(t)$ は一意的でないときもあり, そのときには補助的な条件を適宜用いる必要がある.[35]

4.2. 断熱制御の性能評価

ここまでは制御項を実装するときの困難性を主な問題としてきたが, 制御項の使い方は他にもある．制御項の表現を用いると, 制御項がないときや近似的な制御項を実装したときの時間発展がどの程度の性能をもたらすかを調べることができる．

制御項の大きさは, 断熱条件との関係からわかるように非断熱遷移の起こりやすさを表す．量子断熱最速曲線の方法では, 制御項の大きさをコスト関数とみなしてパラメータに関する変分を取り, パラメータの経路（プロトコル）を定める.[36, 37] それによって断熱制御のプロトコルを最適化する．[5] 制御項を導入せずにプロトコルを定めるだけであるから, 実装上の問題は生じない．ただし, 得られたプロトコルがどの程度の性能をもたらすかはわからない．

量子速度限界の不等式を用いると明確な性能限界を与えることができる．量子速度限界は初期状態と時間発展状態のオーバーラップ (内積) の大きさについて成り立つ性質であるが, 断熱状態と時間発展状態のオーバーラップについても類似の関係が成り立つ.[38] 標準的な量子速度限界の不等式に用いられる $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ の分散は, 断熱状態の場合 $H_{\mathrm{cd}}(t)$ のものに置き換えられる．

近似制御項 $A(t)$ を用いたときにも不等式を一般化することができる.[35]

$$\begin{aligned}&\arccos|\langle n(\boldsymbol{\lambda}(t))|\Psi_n(t)\rangle| \\ &\le \frac{1}{\hbar}\int_0^t dt'\sigma[H_{\mathrm{cd}}(t')-A(t'),|n(\boldsymbol{\lambda}(t'))\rangle]\end{aligned} \tag{11}$$

$|\Psi_n(t)\rangle$ は初期状態を $|n(\boldsymbol{\lambda}(0))\rangle$ としたときの時間発展状態を表す．また, $\sigma[O,|\Psi\rangle] = \sqrt{\langle\Psi|O^2|\Psi\rangle - \langle\Psi|O|\Psi\rangle^2}$ である．(11) 式右辺の量はオーバーラップの大きさの下限を与える．つまり, 断熱制御における最悪評価となる．その量は時間発展状態 $|\Psi_n(t)\rangle$ を用いないで計算できるから, 性能評価の手段として有用である．

図 3 に 1 次元横磁場 Ising 模型の例を示す．制御項を有限個数の演算子で表すことによって近似し, その項数を上げていく．操作時間が小さくても厳密な制御項に近づくにつれて性能が改善されることがわかる．

5. 動的不変量

断熱状態の制御は動的不変量を用いて行うこともできる.[15] Lewis–Riesenfeld（1969）[16] の理論では時間依存調

[4] ここではそれぞれの文献をあげることは避ける．いくつかの総合報告を参照してほしい.[21, 22, 32]

[5] 量子断熱最速曲線は断熱ショートカットの理論が体系化される前に提案された．断熱ショートカットとの関係や詳しい比較は後に議論されている.[32]

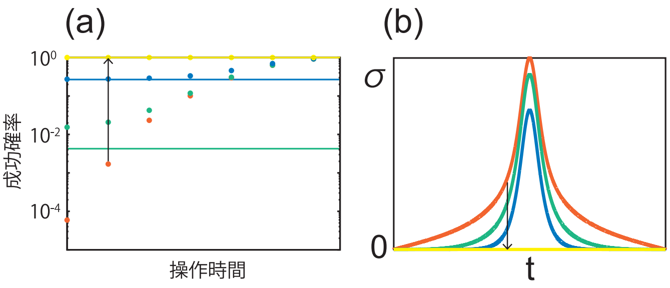


図 3　量子速度限界を用いた性能評価の例.[35] (a) 赤, 緑, 青, 黄の順（矢印のガイド参照）で近似的制御項を厳密な制御項に近づけていくことで成功確率が大きくなっていく. 水平な直線は量子速度限界によって得られた下限を表す (成功確率の一番低いものの下限はゼロとなってしまうので枠外である). (b) 式 (11) 右辺の被積分関数. 量子相転移点に当たる部分でピークをもつが, 厳密な制御項に近づくにつれてピークが抑えられていく.

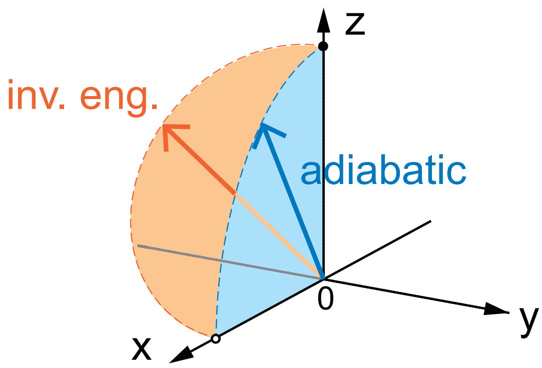


図 4　Hilbert 空間上で Bloch ベクトルが動く様子の例. ベクトルは断熱遷移では zx 面上を動くが（adiabatic, 青線）, 制御する（= 経路を定める = プロトコルを定める）ことによって面を外れた非断熱軌道を描く（inv. eng., 赤）. 途中の経路は一意的ではなく無数に存在する. 始点（白丸）と終点（黒丸）がそれぞれ一致していればよい.

和振動子の問題を扱っており, 制御という視点はなかったが, 任意の系への一般化が可能であり, 実現可能な制御プロトコルを得ることができる.

与えられた時間依存ハミルトニアン $H(t)$ に対して

$$\frac{\partial F(t)}{\partial t} - \frac{1}{i\hbar}[H(t), F(t)] = 0 \tag{12}$$

を満たすエルミート演算子 $F(t)$ を, 動的不変量, あるいは Lewis–Riesenfeld 不変量という. 古典極限では (12) 式左辺は $dF(t)/dt$ を表しており, それが 0 となるから不変量とよんでいる. 量子力学的には, $F(t)$ の固有値が時間によらない定数となる. また, $F(t)$ の固有状態を用いて Schrödinger 方程式の解を展開したとき, 展開係数の大きさは時間によらない. つまり, 状態は $F(t)$ の「断熱状態」で与えられる.

運動方程式を解く問題が固有値方程式を解く問題に変わったように見えるが, そもそも解くべき (12) 式が運動方程式に代わるものなので, 本質は何も変わっていない. それでも目的に応じて問題を書き換えることで利点が生じる. 動的不変量自体は仮想的な量であるから, それがどれだけ複雑なものであっても問題はない.

たとえば, 調和振動子ハミルトニアンは座標と運動量演算子について 2 次形式であるが, $F(t)$ がそれらの演算子について斉次多項式であれば交換関係が閉じて時間依存係数についての微分方程式を得ることができる. その微分方程式を解くことは難しいが, ここでは問題を逆に捉える. つまり, $F(t)$ の時間依存係数を適当に定め, $H(t)$ のパラメータを決定する. 微分方程式を解く代わりに, $H(t)$ のパラメータについて線形の代数方程式を解けばよい. [6]

$F(t)$ の時間依存係数は目的に応じて定める. ここで想定している制御は, 初期時刻でのハミルトニアンの固有状態から時間発展を始め, 終時刻でのハミルトニアンの固有状態を得ることである. 時間発展状態は $F(t)$ の固有状態を辿るから, 目的の遷移を実現するには, H と F が初期時刻と終時刻のそれぞれで交換すればよい. 境界条件の下で係数を定め, それを用いてハミルトニアンのパラメータを表せば望みの状態遷移が実現できる.

当然ながら, 考えられる解は一意的ではない. 境界条件を満たす経路は無数に存在する（図 4）. たとえば, 係数を t の適当な多項式で表現して境界条件を満たすように各べきの係数を定める.[15]

Schrödinger 方程式の解が $F(t)$ の断熱状態で与えられることは, 状態が元のハミルトニアンについて非断熱状態となっていることを意味している. $F(t)$ の固有状態基底 $\{|n(t)\rangle\}$ を用いてハミルトニアンをスペクトル分解すると,

$$\begin{aligned} H(t) &= \sum_n \epsilon_n(t)|n(t)\rangle\langle n(t)| \\ &\quad + i\hbar \sum_{\substack{m,n \\ (m\neq n)}} |m(t)\rangle\langle m(t)|\dot{n}(t)\rangle\langle n(t)| \end{aligned} \tag{13}$$

と書くことができる. $\epsilon_n(t)$ は適当な実関数を表す. この式の第 2 項は (3) 式の制御項と同形である. これは, Schrödinger 方程式の解が (13) 式第 1 項の「参照ハミルトニアン」の断熱状態で与えられることを示している.

この方法ではハミルトニアンの演算子形は元のものから変わることがない. 前述したように動的不変量自体は仮想的な量であるし, (13) 式の分解も具体的に知る必要はないので, 実装上の問題は生じない. もちろん, (12) 式を満たす演算子 $F(t)$ をみつけることは一般に困難である. 経路の設定によっては非現実的なプロトコルを導くこともあり, 問題に応じた工夫が必要となる.

制御項を導入する方法において元のハミルトニアン $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ の固有値が時間によらない場合, $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ は動的不変量そのものである. $(F(t), H(t)) \to (H(\boldsymbol{\lambda}(t)), H_{\mathrm{cd}}(t))$ とすると (12) 式が成り立つ. (10) 式が交換関係をとるまでもなく成り立つことがわかる.

動的不変量に基づいた量子状態制御はホロノミック量子ゲートにおいても用いることができる. 非断熱操作によっ

[6] このため, この手法は inverse engineering とよばれる. 制御理論では reverse engineering とよばれる手法が一般的に用いられているが, それと同様の考え方である.

て生じるデコヒーレンスを抑える方法の一つとして提案されている.[39]

6. ダイナミクスの構造

動的不変量の式 (12) は目新しいものではない. たとえば, 孤立量子系の密度演算子が満たす von Neumann 方程式と同じである. 密度演算子は動的不変量の一種と言える. 密度演算子は常に得ることができるから, この関係は任意の系で (13) 式の分割が可能であることを意味している.

さらに言えば, 量子最速曲線の方法では最適解を特徴づける式として (12) 式の形の方程式が用いられる.[40, 41, 42] フロー方程式の方法では (12) 式が行列を対角化するダイナミクスを記述するし,[43, 44] 非線形可積分系における Lax ペアが満たす式も同形である.[29] そして, 開放量子系の記述に用いられる Lindblad 方程式 (GKLS 方程式) は, von Neumann 型の方程式に散逸項を加えたもので与えられるが, 散逸項を二つに分解することによって (12) 式とマスター方程式型の式の 2 種類の式を得ることができる.[45]

(1) 式の断熱状態を時間微分すると, 動的位相の部分と残りの $\boldsymbol{\lambda}(t)$ に依存する部分にそれぞれ作用する. 前者が $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$, 後者が制御項 $H_{\mathrm{cd}}(t)$ を与える. $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ は各固有状態 (断熱状態の基底) に作用してそれぞれのエネルギー固有値を与える. 制御項はベクトル演算子 $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\lambda})$ を用いて $H_{\mathrm{cd}}(t) = \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t)\cdot\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\lambda}(t))$ のように表すことができる. この項は (3) 式で表されるように非対角成分のみをもつから, 各固有状態に対してはエネルギー期待値に寄与しない. その代わり, 時間発展によって状態基底の変化をもたらす. $H(\boldsymbol{\lambda}(t))$ による時間発展は状態基底に位相因子を与えるだけである. (13) 式の分解についても同様の解釈ができる.

ハミルトニアンはエネルギーを表す量であるが, 状態の時間発展生成子という意味ももつ. そのような観点からすれば, エネルギーが (13) 式第 1 項, 生成子が第 2 項というように役割分担がなされているといえる. 前者がエネルギー論, 後者が運動論を担っているというわけである. 制御項において用いられる $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\lambda})$ はゼロ曲率条件を満たしている.[46] つまり, 制御項による状態変化はパラメータ空間の経路によらない.

制御項が時間発展において本質的な役割を果たすことや幾何学的な解釈は, 量子速度限界との関係からも読み取れる. 量子速度限界は与えられた時間の下で状態がどれだけ変化できるかを表した不等式であり, Hilbert 空間の構造によって決定される幾何学的な性質である.[47, 48] 速度限界を表す量は制御項を用いて表すことができる. つまり, 初期状態に応じて (13) 式の分解を適切に行ったとき, 第 1 項は状態変化を効率的に行う目的からすれば「無駄」なものとなる.

(3) 式の制御項, より正確には $H_{\mathrm{cd}}(t) = \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t)\cdot\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\lambda}(t))$ と書いたときの $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\lambda})$, は断熱ゲージポテンシャル (adiabatic

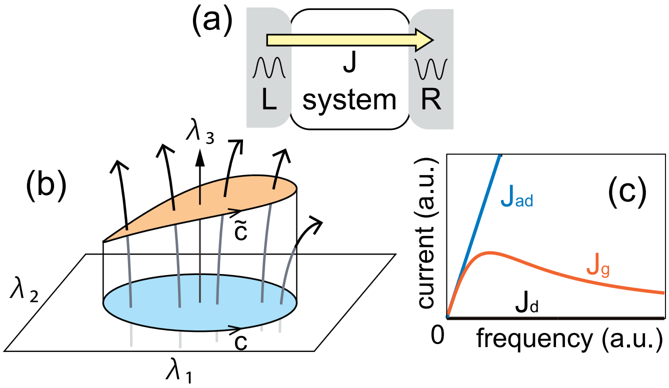


図 5 周期駆動系の例.[51] (a) 系を複数の環境から周期的に駆動して生じるカレントを調べる. (b) 断熱カレントはパラメータ空間の軌道 C がつくる面を貫く「磁束」によって記述されるが, 非断熱カレントは拡張された空間の軌道 $\tilde{C}$ を用いて同様に解釈できる. (c) 自明なカレントの寄与 J_{d} がゼロの場合, 主要な寄与は幾何学的効果によって生じる. 断熱近似で得られるカレント J_{ad} は周波数に比例しているが, 非断熱効果を取り入れると J_{g} のように大きく変化する.

gauge potential) ともよばれる.[49] パラメータの変化に対する固有状態の変化を生成するゲージポテンシャルである. 一般にゲージポテンシャルは曲がった空間の接続を記述するために用いられるが, 断熱ゲージポテンシャルは固有状態空間の接続を意味する. この視点に立つと非断熱遷移は固有状態空間が曲がることによって生じる効果と捉えられる.

与えられた時間依存ハミルトニアン $H(t)$ に対して, (13) 式の分解を行うことは自明ではない. また, Schrödinger 方程式の解, つまり, (13) 式第 1 項についての断熱状態を特徴づけるパラメータ $\boldsymbol{\lambda}(t)$ は, $H(t)$ を見るだけではわからない. それらを得ることがダイナミクスを理解することにつながる.

形式論を展開する代わりに具体例を挙げよう. ダイナミクスの普遍的な構造は, 量子力学の運動方程式に限られない. 運動方程式が類似の形をもっていれば同様の分解を行うことができる. たとえば, Hamilton–Jacobi 方程式を用いて古典力学の問題を扱うこともできるし,[50] マスター方程式を用いて古典確率過程の問題を扱うこともできる.[51]

後者の例として, 周期的に変化する遷移行列 $W(t)$ をもつマスター方程式 $\dot{p}_i(t) = \sum_j W_{ij}(t)p_j(t)$ を用いて確率分布 $\{p_i(t)\}$ における非断熱効果を調べる.[51, 52] 図 5 のように, 系を左右から周期的に駆動させるが, 1 周期の平均バイアスがゼロとなるようにする. それでも正味で左から右への有限のカレントが得られることがあり (図 5(a)), 量子系における Thouless ポンプと本質的に同じ現象として理解される.[53, 54] 断熱ポンプ, 幾何学ポンプともよばれるように, 断熱近似を用いて記述され, Berry 位相が非自明なカレントをもたらす.

非断熱効果を調べると, 動的に生成される有効パラメータ $\boldsymbol{\lambda}(t)$ が重要な役割を果たすことがわかる. たとえば, 二つのパラメータ (λ_1, λ_2) によって特徴づけられる断熱系では, 2

次元のパラメータ空間上の面を貫く「磁束」が非自明な断熱カレントをもたらす．非断熱系を考えると，ダイナミクスを特徴づける時間依存パラメータ λ_3 が生じ，3 次元空間上の面を貫く磁束が非断熱カレントを決める（図 5(b)）．対応して，遷移行列は前述したように二つに分割され，$\boldsymbol{\lambda}(t) = (\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t))$ を用いて表される．定常状態を特徴づける項は Floquet–Magnus 展開によって得られる有効行列と関係づけられ，もう一方の幾何学項は非断熱効果を含んだカレントの非自明な寄与を与える（図 5(c)）．

断熱近似を超えた部分に幾何学的な意味が生じることは，微小熱機関[55, 56] や Landau–Zener 遷移[57] の系などにおいても議論されている．断熱ショートカットの描像を用いると，さまざまな概念や問題を統一的に捉えることが可能になる．

7. おわりに

本稿では断熱ショートカットの理論について概観した．筆者の思い込みが強い部分もあると思われるが，それでもさまざまな問題への応用可能性があることを読み取ってもらえれば幸いである．

はじめに述べたように，断熱ショートカットは状態制御の方法として提案された．制御法として提案されている以上，実際に使われなければ意味がない．これまでに断熱ショートカットの方法を検証する実験研究は数多く行われてきたが，本来は他の目的を実現するための手段として当然のように用いられることが理想であろう．本稿では制御法としての断熱ショートカットをやや狭い意味から捉えている．断熱状態を有限時間で得るという目的から考えれば，本稿で議論したような方法に囚われる必要はない．前述した早送りの方法[31) や，制御理論で標準的に用いられているバンバン制御なども断熱状態の制御として用いることができる．どのような物理系に対しても理論の適用が可能であり，実装の仕方にも柔軟性があるこれらの方法が，今後あらゆる実験で利用されることを期待している．

本稿で議論してきた制御項の構成やハミルトニアンの分割は原理的にはどのような系でも行うことができるが，現実的には多体系・多自由度の系では多くの困難を伴う．変分原理に基づく方法や代数的表式を用いる方法では，相互作用を実現可能なものに制限するだけで簡単に近似的制御項を得ることができるが，その性能は必ずしも良いとは限らない．大局的な視点からダイナミクスの構造を捉えていくようなアプローチが必要になるだろう．

また，断熱ショートカットの理論が明らかにするダイナミクスの構造にも注目したい．第 6 節で述べたように，断熱ショートカットの理論の適用範囲は閉じた量子系に限られず，あらゆる動的な系に適用可能である．分割により得られるダイナミクスの幾何学的描像は，確率的熱力学（stochastic thermodynamics）や量子熱力学の体系と相性が良い．そこでは情報という概念が近年重要になっているが，情報処理もまたダイナミクスという枠組みで捉えることができる．たとえば，ハミルトニアンの分解が情報幾何学におけるピタゴラスの定理と密接な関係があることが指摘されている．[58] そのような立場から新奇な視点や結果が得られることを期待している．

本稿で記述した内容は多くの研究者との議論や共同研究によって得られた成果や，それによって培われた視点に基づく．何らかの形で関わらせていただいた全ての方々に感謝したい．

参考文献

1) M. Born and V. Fock, Z. Phys. **51**, 165 (1928).
2) T. Kato, J. Phys. Soc. Jpn. **5**, 435 (1950).
3) M. V. Berry, Proc. R. Soc. A **392**, 45 (1984).
4) Y. Aharonov and J. Anandan, Phys. Rev. Lett. **58**, 1593 (1987).
5) U. Gaubatz et al., J. Chem. Phys. **92**, 5363 (1990).
6) B. Apolloni, C. Carvalho, and D. de Falco, Stoch. Proc. Appl. **33**, 233 (1989).
7) A. B. Finnila et al., Chem. Phys. Lett. **219**, 343 (1994).
8) T. Kadowaki and H. Nishimori, Phys. Rev. E **58**, 5355 (1998).
9) E. Farhi et al., arXiv:quant-ph/0001106 (2000).
10) T. Albash and D. A. Lidar, Rev. Mod. Phys. **90**, 015002 (2018).
11) L. Landau, Phys. Sov. Union **2**, 46 (1932).
12) C. Zener, Proc. Royal Soc. A **137**, 696 (1932).
13) M. Demirplak and S. A. Rice, J. Phys. Chem. A **107**, 9937 (2003).
14) M. V. Berry, J. Phys. A: Math. Theor. **42**, 365303 (2009).
15) X. Chen et al., Phys. Rev. Lett. **104**, 063002 (2010).
16) H. R. Lewis and W. B. Riesenfeld, J. Math. Phys. **10**, 1458 (1969).
17) J.-F. Schaff et al., Phys. Rev. A **82**, 033430 (2010).
18) J.-F. Schaff et al., Europhys. Lett. **93**, 23001 (2011).
19) M. G. Bason et al., Nat. Phys. **8**, 147 (2012).
20) J. Zhang et al., Phys. Rev. Lett. **110**, 240501 (2013).
21) E. Torrontegui et al., Adv. At. Mol. Opt. Phys. **62**, 117 (2013).
22) D. Guéry-Odelin et al., Rev. Mod. Phys. **91**, 045001 (2019).
23) A. del Campo, M. M. Rams, and W. H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **109**, 115703 (2012).
24) K. Takahashi, Phys. Rev. E **87**, 062117 (2013).
25) T. Hatomura and T. Mori, Phys. Rev. E **98**, 032136 (2018).
26) X. Chen et al., Phys. Rev. Lett. **105**, 123003 (2010).
27) C. Jarzynski, Phys. Rev. A **88**, 040101(R) (2013).
28) A. del Campo, Phys. Rev. Lett. **111**, 100502 (2013).
29) M. Okuyama and K. Takahashi, Phys. Rev. Lett. **117**, 070401 (2016).
30) P. D. Lax, Commun. Pure Appl. Math. **21**, 467 (1968).
31) S. Masuda and K. Nakamura, Proc. R. Soc. A **466**, 1135 (2010).
32) K. Takahashi, J. Phys. Soc. Jpn. **88**, 061002 (2019).
33) D. Sels and A. Polkovnikov, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **114**, E3909 (2017).
34) P. W. Claeys et al., Phys. Rev. Lett. **123**, 090602 (2019).
35) T. Hatomura and K. Takahashi, Phys Rev. A **103**, 012220 (2021).
36) A. T. Rezakhani et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 080502 (2009).
37) A. T. Rezakhani et al., Phys Rev. A **82**, 012321 (2010).
38) K. Suzuki and K. Takahashi, Phys. Rev. Research **2**, 032016(R) (2020).

39) U. Güngördü, Y. Wan, and M. Nakahara, J. Phys. Soc. Jpn. **83**, 034001 (2014).

40) A. Carlini et al., Phys. Rev. Lett. **96**, 060503 (2006).

41) 古池達彦, 奥平陽介, 細谷暁夫, 日本物理学会誌 **62**, 513 (2007).

42) K. Takahashi, J. Phys. A: Math. Theor. **46**, 315304 (2013).

43) S. D. Glazek and K. G. Wilson, Phys. Rev. D **48**, 5863 (1993).

44) F. Wegner, Ann. Phys. **3**, 77 (1994).

45) K. Funo, N. Shiraishi, and K. Saito, New J. Phys. **21**, 013006 (2019).

46) K. Nishimura and K. Takahashi, SciPost Phys. **5**, 029 (2018).

47) L. Mandelstam and I. Tamm, J. Phys. (Moscow) **9**, 249 (1945).

48) S. Deffner and S. Campbell, J. Phys. A: Math. Theor. **50** 453001 (2017).

49) M. Kolodrubetz et al., Phys. Rep. **697**, 1 (2017).

50) M. Okuyama and K. Takahashi, J. Phys. Soc. Jpn. **86**, 043002 (2017).

51) K. Takahashi et al., Phys. Rev. Lett. **124**, 150602 (2020).

52) K. Funo et al., Phys. Rev. Lett. **124**, 150603 (2020).

53) D. J. Thouless, Phys. Rev. B **27**, 6083 (1983).

54) N. A. Sinitsyn and I. Nemenman, Europhys. Lett. **77**, 58001 (2007).

55) K. Brandner and K. Saito, Phys. Rev. Lett. **124**, 040602 (2020).

56) K. Takahashi et al., J. Stat. Phys. **181**, 2206 (2020).

57) S. Kitamura, N. Nagaosa, and T. Morimoto, Commun. Phys. **3**, 63 (2020).

58) K. Takahashi, New J. Phys. **19**, 115007 (2017).

著者紹介または非会員著者の紹介

鳩村 拓矢： 日本電信電話株式会社 物性科学基礎研究所 研究員. 専門は統計物理学および量子物理学.
高橋 和孝： 専門は理論物理学全て（理想）.

(2021 年 1 月 23 日原稿受付)

Shortcuts to adiabaticity and structure of dynamics

Takuya Hatomura and Kazutaka Takahashi

abstract: Adiabatic control is one of the promising techniques for manipulating quantum systems. It, however, requires an infinitely slow operation and is of limited use for practical applications. “Shortcuts to adiabaticity” is a series of methods to mimic adiabatic time evolution within a shorter time. We review the recent progress of shortcuts to adiabaticity and discuss universal aspects of dynamics.